

• Proportionnalité et graphique

En mathématiques on peut prouver la proportionnalité à partir d'un **tableau de valeurs**. On dit que y est proportionnel à x car y est toujours le résultat du produit de x par un même nombre : 2.

x	1	2	3
y	2	4	6

Cette propriété peut s'écrire sous forme d'une relation : $y = 2x$ dans laquelle le nombre « 2 » est appelé « coefficient de proportionnalité » ; on le calcule donc en divisant y par x .

$\frac{y}{x}$	2	2	2
---------------	---	---	---

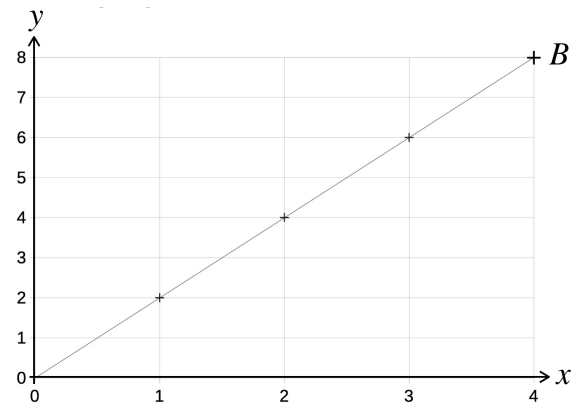
- Une situation de proportionnalité peut donc se traduire par une **relation** du type « $y = ax$ » dans laquelle « a » est le **coefficient de proportionnalité**.

Graphiquement, elle se traduit par une **droite** qui passe par l'**origine** du repère.

« a » est alors le **coefficient directeur** de cette droite.

On détermine graphiquement sa valeur en choisissant un point B appartenant à la droite, et en divisant son ordonnée par son abscisse :

$$a = \frac{y_B}{x_B}$$



$$B(4;8) \text{ donc } a = \frac{8}{4} = 2$$

• Fonction linéaire

On peut alors définir une fonction « f » appelée « **fonction linéaire** » telle que

$$f(x) = a x$$

➤ On dit alors que « y est fonction de x », ce qui se note : $y = f(x)$

En Physique-Chimie, lorsqu'une grandeur physique dépend d'une autre grandeur physique, on va dire que la première est fonction de la deuxième. Par exemple la **distance** parcourue d est **fonction du temps** de parcours t se note « $d = f(t)$ ».

Dans le cas d'un mouvement à vitesse constante et si $d = 0 \text{ m}$ pour $t = 0 \text{ s}$ alors cette fonction est linéaire car la distance est proportionnelle au temps ; on peut donc écrire une relation du type « $y = a x$ » :

$t \text{ (s)}$	0	1	2	3
$d \text{ (m)}$	0	5	10	15

$$d = v \times t \quad \text{ou « } d = v t \text{ » sans noter le signe de multiplication}$$

Mathématiques

$$y = a x$$

$$\begin{aligned} y &\leftrightarrow d \\ x &\leftrightarrow t \\ a &\leftrightarrow v \end{aligned}$$

Physique-Chimie

$$d = v t$$

➤ L'unité de la constante est celle de d divisée par celle de t , donc mètre par seconde que l'on note $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; ainsi :

$$v = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Le coefficient de proportionnalité n'est **pas toujours écrit en premier** ; par exemple le poids P est proportionnel à la masse m s'écrit « $P = m g$ ».

Le coefficient de proportionnalité « g » (intensité de la pesanteur ; qui est supposée constante sur une même planète) est donc écrit après « m ».

Son unité est celle de P divisée par celle de m , donc Newton par kilogramme.

$$\begin{aligned} y &\leftrightarrow P \\ x &\leftrightarrow m \\ a &\leftrightarrow g \end{aligned}$$

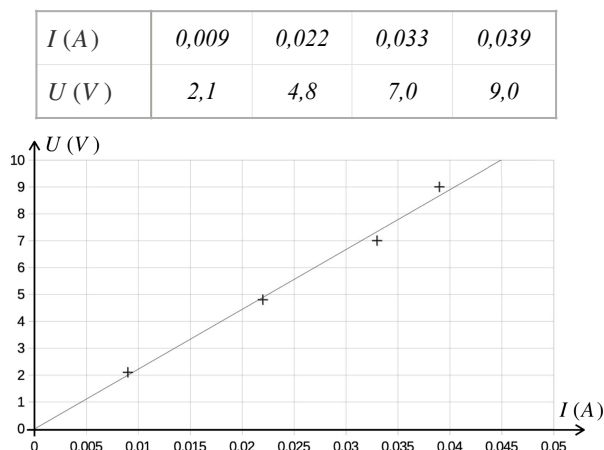
• Droite de régression

Une droite de régression est une droite que l'on va tracer (à la main ou à l'aide d'un logiciel) lorsque les points issus de grandeurs mesurées **expérimentalement** sont alignés, ou semblent alignés en raison des **incertitudes** (erreurs) liées aux mesures.

➤ On dit alors que l'on choisit un **modèle**.

Dans le cas de points qui forment une droite passant par l'origine du repère, il s'agira d'un modèle linéaire du type « $y = a x$ ».

La tension U est donc une fonction linéaire de l'intensité I .



*Il existe de nombreux autres modèles, et tous ne sont pas des droites : on parle donc plus généralement de **courbe de régression**. Dans le cas d'un modèle linéaire, cette courbe est une droite qui passe par l'origine.*

Sachant que « $U = R I$ » (Loi d'Ohm), on en déduit que la résistance R est **constante** égale à la fois :

- au coefficient de proportionnalité de la relation
- au coefficient directeur de la droite de régression.

$$\begin{aligned} y &\leftrightarrow U \\ x &\leftrightarrow I \\ a &\leftrightarrow R \end{aligned}$$

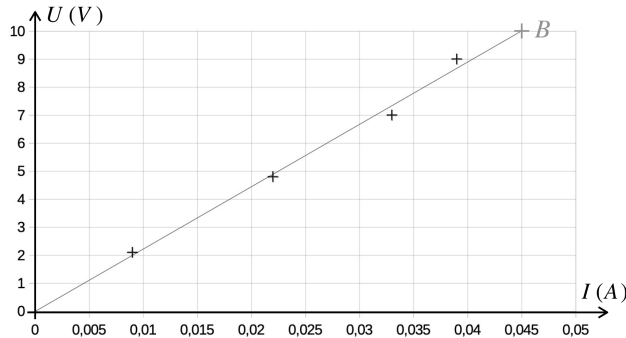
L'unité de R est le Ohm, qui a pour symbole « Ω » ; pour déterminer sa valeur **on ne peut pas utiliser le tableau de valeurs** car le quotient ne donne pas toujours le même résultat :

$\frac{U}{I}(\Omega)$	233,33	218,18	212,12	230,77
-----------------------	--------	--------	--------	--------

Il n'est pas non plus pertinent de calculer la valeur moyenne, même si cette dernière se rapproche plus de la « vraie » valeur de la résistance.

- Seul le calcul du **coefficient directeur** de la droite de régression permet de déterminer la valeur de R **le plus précisément possible**.

On choisit alors un point **le plus éloigné possible de l'origine** (tout en permettant une lecture simple de ses coordonnées).



A partir du point $B(0,045 ; 10)$ sur le graphique ci-contre, on détermine la valeur du coefficient directeur de la droite :

$$a = \frac{10}{0,045} = 222,22$$

L'unité de R est égale à celle de la tension U (c'est-à-dire Volt) divisée par celle de l'intensité I (c'est-à-dire Ampère), donc Ohm ; ainsi :

$$R = 222,22 \, \Omega$$

La détermination de R peut être **encore plus précise** si on dispose de **l'équation de la droite** de régression générée à l'aide d'un **logiciel** ; par exemple :

$$U = 222,52 I$$

Que l'on pourra voir écrite « $y = 222,52 x$ » ou encore « $f(x) = 222,52 x$ » selon le logiciel utilisé.

Qui permet de conclure que : $R = 222,52 \, \Omega$

L'unité du coefficient de proportionnalité doit tenir compte des **multiples et sous-multiples**. Par exemple si la tension U est exprimée en Volt et l'intensité I en milliAmpère, alors :

$$\text{Unité de } R = \frac{V}{mA} = \frac{V}{10^{-3} A} = 10^3 \frac{V}{A} = 10^3 \, \Omega$$

Donc, à partir de l'équation de la droite de régression, on établit que :

$$R = 0,22252 \times 10^3 \, \Omega = 222,52 \, \Omega$$

$I \, (mA)$	9	22	33	39
$U \, (V)$	2,1	4,8	7,0	9,0

