• Transformation de relations

Transformer une relation permet **d'isoler une des grandeurs.** Lorsque la relation à transformer est une **relation produit**, il faudra effectuer une **division** ; à l'inverse lorsqu'il s'agit d'une **relation quotient**, il faudra effectuer une **multiplication.** Quelle que soit l'opération effectuée (multiplication ou division), on doit l'effectuer des deux côtés de l'égalité.

Entre chaque étape de la transformation on insère le signe **équivalent** : $\Longleftrightarrow$

Par exemple, pour isoler R dans la relation produit : $U = R \times I$

On divise par I des deux côtés de l'égalité : $\Longleftrightarrow \dfrac{U}{I} = \dfrac{R \times I}{I}$

On simplifie par I à droite de l'égalité : $\Longleftrightarrow \dfrac{U}{I} = R$

On écrit la grandeur à isoler à gauche : $\Longleftrightarrow R = \dfrac{U}{I}$

Pour isoler m dans la relation quotient : $\rho = \dfrac{m}{V}$

On multiplie par V des deux côtés de l'égalité : $\Longleftrightarrow \rho \times V = \dfrac{m}{V} \times V$

On simplifie par V à droite de l'égalité : $\Longleftrightarrow \rho \times V = m$

On écrit la grandeur à isoler à gauche : $\Longleftrightarrow m = \rho \times V$

*Si on veut isoler le membre du **dénominateur** à partir d'une relation quotient, il suffira de procéder en **deux étapes** :*

$$\rho = \frac{m}{V} \Longleftrightarrow m = \rho \times V \Longleftrightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

• Homogénéité

L'unité du membre de gauche d'une égalité doit être la même que celle de droite ; dans ce cas on dit que la relation est homogène.

Par exemple, avec les données $m = 12\,g$ et $V = 250\,mL$, on peut calculer une concentration massique à partir de la relation $C_m = \dfrac{m}{V}$

- **Soit** en gramme par millilitre, **sans effectuer de conversion** :

$$C_m = \frac{12\,g}{250\,mL} = 0{,}048\,g \cdot mL^{-1}$$

- **Soit** en gramme par litre, mais **après conversion** du volume en litre :

$$C_m = \frac{12\,g}{0{,}250\,L} = 48\,g \cdot L^{-1}$$

➤ Dans certains cas, une **conversion** sera **obligatoire.**

Par exemple le calcul du poids P d'un objet à partir de la relation $P = m \times g$ et connaissant la masse $m = 500\,g$ et l'intensité de la pesanteur $g = 9{,}8\,N \cdot kg^{-1}$ impose d'effectuer une conversion :

$$m = 0{,}500\,kg \times 9{,}7\,N \cdot kg^{-1} = 4{,}9\,N$$

➤ On appelle « **application numérique** » la dernière étape de la résolution d'un problème, et on la note souvent « **A.N.** ».

Par exemple pour le calcul de la distance d parcourue par le son pendant une durée $\Delta t = 10\,ms$ à une célérité (vitesse) $c = 340\,m \cdot s^{-1}$:

$$c = \frac{d}{\Delta t} \iff d = c \times \Delta t$$

A.N. $\quad d = 340\,m \cdot s^{-1} \times 0{,}010\,s$

Donc $\quad d = 3{,}4\,m$

• Chiffres significatifs (CS)

La précision d'une donnée ou d'un résultat se détermine à l'aide des **chiffres significatifs (CS).** Par exemple les nombres « 12,0 » et « 12 » ne sont pas équivalents (alors que c'est le cas en mathématiques) car ils n'ont pas le même nombre de chiffres significatifs : « 12,0 » est plus précis que « 12 ».

Tous les chiffres d'un nombre sont significatifs **sauf les zéros écrits à gauche** du premier chiffre différent de zéro :

$10{,}05$	4 CS	*Les zéros « du milieu » sont significatifs*
$6{,}0 \times 10^{-3}$	2 CS	*Le zéro à droite est significatif*
$0{,}08$	1 CS	*Les zéros à gauche du 8 ne sont pas significatifs*
$0{,}090$	2 CS	*Seul le zéro à droite est significatif*

➤ Le nombre de CS doit être respecté lorsqu'on réécrit un nombre ou après une **conversion**, ce qui peut imposer d'employer la notation scientifique.

$$60\,mL = 60 \times 10^{-3}\,L = 6{,}0 \times 10^{-2}\,L = 0{,}0060\,L \qquad \text{2 CS}$$

$$0{,}4\,L = 4 \times 10^{2}\,mL \qquad \text{1 CS}$$

Mais on ne devra pas écrire $400\,mL$ car il y aurait alors 3 CS.

Le résultat d'un calcul ne doit pas être plus précis que les données qui ont été utilisées. Si le calcul implique une **multiplication ou une division**, alors le résultat sera écrit avec le **nombre de CS de la donnée qui en comporte le moins.**

$$C_m = \frac{5{,}0\,g}{0{,}720\,L} = ?$$

```
5 / 0.72          6.944444444
```

La donnée « 5,0 g » est écrite avec 2 CS et la donnée « 0,720 L » avec 3 CS.
Le résultat doit donc être écrit avec 2 CS : $C_m = 6{,}9\,g \cdot L^{-1}$

➤ Si le respect des règles des CS impose de **rajouter des chiffres**, alors ce seront toujours des zéros et après une virgule :

$$m = 0{,}500\,kg \cdot L^{-1} \times 4{,}0\,L = ?$$

```
0.5×4          2
```

Résultat avec 2 CS : $m = 2{,}0\,kg$

➤ Si des chiffres appartenant à la **partie entière** d'un nombre doivent être supprimés, alors il faudra employer des puissances de 10 :

$d = 340\,m \cdot s^{-1} \times 18\,s = ?$

340×18	6120

Résultat avec 2 CS : $d = 6{,}1 \times 10^3\,m$

➤ Si le **dernier CS supprimé est supérieur ou égal à 5**, alors le dernier CS conservé doit être augmenté d'une unité :

$C_m = \dfrac{7{,}0\,g}{0{,}950\,L} = ?$

$\frac{7}{0.95}$	7.368421053

Résultat avec 2CS ; dernier CS supprimé : 6 ; donc : $C_m = 7{,}4\,g \cdot L^{-1}$

$C_m = \dfrac{8{,}0\,g}{0{,}890\,L} = ?$

$\frac{8}{0.89}$	8.988764045

Résultat avec 2CS ; dernier CS supprimé : 8 ; donc : $C_m = 9{,}0\,g \cdot L^{-1}$

$d = 340\,m \cdot s^{-1} \times 27\,s = ?$

340×27	9180

Résultat avec 2 CS ; dernier CS supprimé : 8 ; donc : $d = 9{,}2 \times 10^3\,m$

$d = 340\,m \cdot s^{-1} \times 29{,}4\,s = ?$

340×29.4	9996

Résultat avec 3 CS ; dernier CS supprimé : 6 ; donc : $d = 1{,}00 \times 10^4\,m$

Les nombres « mathématiques » dans une équation ainsi que les nombres connus avec exactitude (par exemple ceux issus d'un comptage) ne doivent pas être pris en compte les règles des chiffres significatifs.

Par exemple pour le calcul de la fréquence d'un signal sonore de période $T = 250 \times 10^{-3}\,s$ à partir de la relation $f = \dfrac{1}{T}$ alors le résultat sera donné avec 3 CS :

$\frac{1}{250\times10^{-3}}$	4

$f = 4{,}00\,Hz$

➤ Une donnée qui est sous la forme d'un nombre entier n'est pas un nombre exact, et il faut alors appliquer les règles des chiffres significatifs :

$d = 150{,}2\,m \cdot s^{-1} \times 2\,s = 3 \times 10^2\,m$